

# 宋《統元曆日出入辰刻立成》考

林金泉\*

## 提 要

本文秉持科際整合之理念，採數學研究法，將《宋史 藝文志》所載亡佚已久的《統元曆日出入辰刻立成》一書，在拙著《宋統元曆盈縮朏朒立成考——文日躔研究成果的基礎上，根據統元曆步晷漏中所載相關法數、步術，考釋其術文，設立其公式，試圖還原《統元曆日出入辰刻立成》一書概貌。文分二部，首以全年每日升降差及盈縮分，依次求出每日午中日行積度及分秒等。再就此等數值，依所立公式求出全年每日黃道去赤道內外度，先為統元曆日出入辰刻之數值推算預作張本。次則據全年每日黃道去赤道內外度，亦依公式，推算出日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻，並表列其數值，施之以網底，還原出《統元曆日出入辰刻立成》一書之概貌。使亡佚之文獻得以重現，提供宋曆研究之參考。

關鍵詞：科際整合、數學研究法、宋史藝文志、統元曆、步晷漏

---

\* 國立成功大學中國文學系教授。

# The Study of The Record of Sunrise and Sunset in The Tong Yuan Calendar in the Song Dynasty

Lin Jin-Chyuan  
Professor, Department of Chinese Literature,  
National Cheng Kung University

## Abstract

The aim of this paper is to apply interdisciplinary ideas and mathematical methods to restore the long lost book—The Record of Sunrise and Sunset in The Tong Yuan Calendar. According to The Song Dynasty History—The Record of Art and Literature, this book records the methods such as the uses of the constant, dial and water dropping to calculate the times for sunrise and sunset, which regulate everyday life during that time. However, the book is long lost. Therefore, this paper, with an ambition, attempts to restore the similar record in the book by re-setting up its formula with modern mathematical methods. By doing so, we can make the long lost timetables an accountable source for the study of the Song's Calendar.

**Keywords:** interdisciplinary, mathematical research method, the Record of Art and Literature in Song Dynasty, Tong Yuan Calendar, Methods to caculate time by Dial and water dropping

# 宋《統元曆日出入辰刻立成》考

林金泉

## 一、前言

《宋史 藝文志》載陳得一撰《統元曆盈縮朏朧立成》一卷、《統元曆日出入辰刻立成》一卷、《統元曆五星立成》二卷，<sup>1</sup>皆佚。《統元曆盈縮朏朧立成》一卷，筆者已復原刊登於《成大中文學報》第七期，<sup>2</sup>今繼依統元曆法數，以紀元術步算，<sup>3</sup>還《統元曆日出入辰刻立成》一書全貌。至於《統元曆五星立成》，則容俟他日。

《統元曆日出入辰刻立成》包括日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻五項內容，是以步日躔所得之升降差、盈縮分為基礎，根據步晷漏相關法數、步術推算，以方便更點、氣差、交食等相關數值查索所立之表格。此立成與太陽視赤緯一回歸年的週期變化密切關聯（說明詳後）。所謂太陽視赤緯，即古曆之「黃道去赤道內外度」，亦即黃道某一點循赤經到赤道某一點的弧度（見下圖），它是黃道去極度的餘角，故以一象限減其一即為另一，二者之推求實屬一事。去極度一詞首見於《周髀算經》，東漢四分曆（85 A.D.）列有二十四節氣（平氣）黃道去極度的數值表格，<sup>4</sup>是劉洪、蔡邕在漢靈帝三年實測的結果。若欲求任一時日的黃道去極度，則取前後氣數值，以一次內插法推算即得。自東漢迄唐，黃道去極度的推算

<sup>1</sup> 見《宋史 藝文志》卷六，《百衲本二十四史》第三十九冊（台北：商務印書館，1981），頁2426。

又《統元曆日出入辰刻立成》，辰字原作氣，誤，此據改。

<sup>2</sup> 拙著《統元曆盈縮朏朧立成考》《成大中文學報》第七期，1999年5月。

<sup>3</sup> 《宋史 律曆志》卷十五：「統元曆頒行雖久，有司不善用之，暗用紀元法推步而以統元為名。」見《百衲本二十四史》第三十七冊，頁940。又統元曆載推步術，術文下有字注曰：「法同前曆，此不載。」按前曆即紀元曆。如卷十七，頁964、965。

<sup>4</sup> 見《後漢書 律曆志下》卷三，《百衲本二十四史》第三冊，頁1419。

皆用表格計算法。<sup>5</sup>自唐末邊岡崇玄曆（893 A.D.），取消數值表格，別立一包含常數項、二次項和四次項之高次函數式，首次以公式法計算黃道去極度，<sup>6</sup>其法大致為北宋諸曆所承襲。<sup>7</sup>至北宋末姚舜輔紀元曆（1106 A.D.），改以包括常數項及二、三、四次項的函數式（見後），直接計算黃道去赤道內外度，較邊岡的算式有更創新的發展。南宋諸曆皆沿用之，統元曆（1136 A.D.）自不例外。因太陽之運動與位置，以一回歸年變化為週期，故只要算出統天曆全年每日黃道去赤道內外度，據之以推全年每日之日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻，即復原《統元曆日出入辰刻立成》一書之內容。故本文先推求全年每日黃道去赤道內外度，為《統元曆日出入辰刻立成》之考原預作張本，皆先列相關法數，次考釋其步術，依序推算如後。

## 二、統元曆黃道去赤道內外度考

法數：

元法（日法）：六千九百三十。

歲周：二百五十三萬一千一百三十八。

歲周日：三百六十五、餘一千六百八十八。（ $2531138 \div 6930 = 365 \frac{1688}{6930}$ ）

二至限：一百八十二、六十二分。（ $365 \frac{1688}{6930} \div 2 = 182.62$ ）

象限：九十一、三十一分。（ $182.62 \div 2 = 91.31$ ）

步術：

<sup>5</sup> 唐 李淳風《麟德曆》載有二十四節氣（定氣）晨前刻、黃道去極度、屈伸率和發斂差等數值表格，由該表格依術推求任一時日之黃道去極度，使傳統表格法趨於定型。一行《大衍曆》在《麟德曆》的基礎上略做修正，完成表格計算法的經典型式，徐昂《宣明曆》因之。

<sup>6</sup> 見陳美東，《古曆新探》（瀋陽：遼寧教育出版社，1995），頁171。

<sup>7</sup> 五代欽天曆、北宋應天、乾天二曆仍使用表格計算法，與大衍曆法無異。

(一) 求午中入氣：置所求日大餘及半法，以所入氣大小餘減之，為其日午中入氣日及餘。

按：古曆以冬至為一年之始，一年分為二十四節氣，每節氣中任何一日到該節氣起點的距離曰「入氣日及餘」，每節氣中任何一日中午到該節氣起點的距離曰「午中入氣日及餘」。故以該日大餘減去半法（即日法之半），再入入氣日大小餘去之，適為該日中午距離該節氣點之間距，即午中入氣日及餘。

(二) 求午中中積：置其氣中積，以午中入氣日及餘加之，其餘以日法退除為分秒為所求日午中中積及分秒。

按：以午中入氣日及餘，加上該節氣中積（日躔表列有各節氣中積日及餘），為該日中午距離冬至點的間距，即午中中積（午中中積及分秒）。

(三) 求每日日行積度：以午中入氣餘乘其日升降差，元法而一，冬至後升加降減、夏至後降加升減盈縮分，以盈加縮減中積及分秒，滿與不足進退其日，為所求日日行積度及分。

按：升降差為每日太陽實行度與平行度之差，盈縮分為每日升降差的累積值，以午中入氣日之小餘，乘其日升降差，再除以元法（即日法），為其日午中升降差值。此值冬至後升加降減、夏至後降加升減其日盈縮分，除以一萬，<sup>8</sup>再盈加縮減該節氣中積及分秒，為冬至到其日午中日行積度及分。算式如下：

$$\text{所求日日行積度及分} = \text{中積及分秒} \pm \left( \text{盈縮分} \pm \frac{\text{午中入氣餘} \times \text{升降差}}{\text{元法}} \right) \div 10000$$

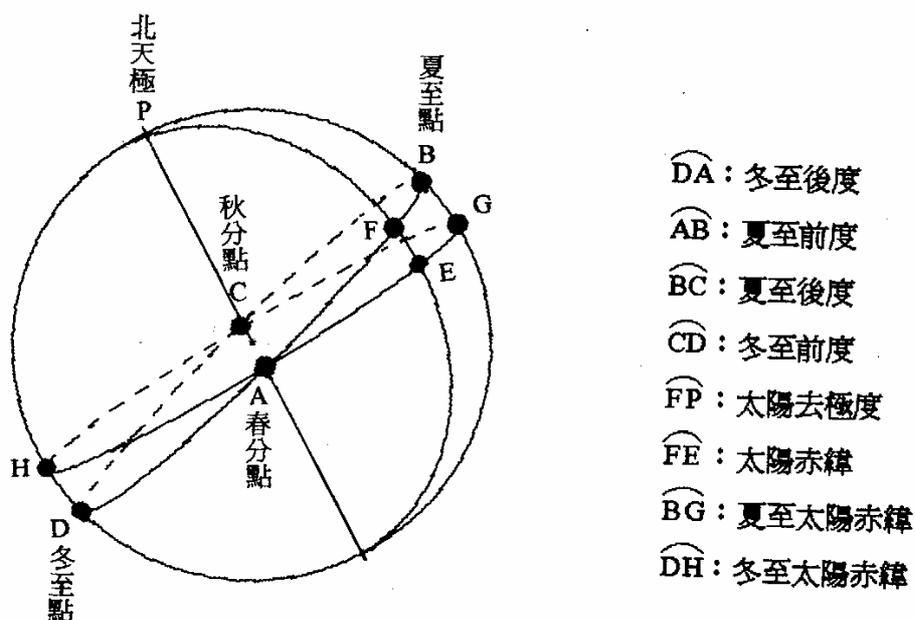
（冬至後升加降減 夏至後降加升減）

(四) 求每日赤道內外度：置所求日午中日行積度及分，如不滿二至限（182.62），在象限（91.31）已下為冬至後度，象限已上，用減二至限，為夏至前度。如滿二至限去之，餘在象限已下為夏至後度；象限已上，用減二至限，為冬至前度，並置之於上，列象限於下，以上減下，餘以乘上，冬至前後五百一十七而一，夏至前後四百而一為度，不滿，退除為分，以加二至前後度，所得，

<sup>8</sup> 統元曆升降差、盈縮分分母為一萬，承自邊岡《崇玄曆》，見拙著 宋楊忠輔統天曆盈縮分損益率立成考，《中國學術年刊》第二十期，（台北：國立臺灣師範大學國文研究所編，1999）頁121、122。

用減象限，餘置於上，列二至限於下，以上減下，餘以乘上，其度分秒皆以百通，然後求之，退一位，如三十四萬八千八百五十六而一為秒，滿百為分，分滿百為度，即所求日黃道去赤道內外度及分。冬至前後為外（其值為負），夏至前後為內（其值為正）。

按：太陽視運動沿黃道而行，由於黃赤交角的存在，赤緯以回歸年為週期而變化（如下圖）。



古時在中午時觀測太陽，就渾儀觀測言之，當太陽的位置在赤道南方時，則屬於赤道外度；在赤道北方時，則屬於赤道內度。故赤道內外度指太陽位赤道北或位赤道南時的高度。此高度點至赤道的角距離（弧度）稱之為黃道去赤道內度或外度，即太陽視赤緯（ $\delta$ ）。當太陽運行至黃道的極北點時為夏至；運行至黃道的極南點時為冬至；運行至黃道與赤道的交點時分別為春分與秋分。從秋分點至冬至點的距離稱為冬至前度；冬至點至春分點的距離稱為冬至後度；春分點至夏至點的距離稱為夏至前度；夏至點至秋分點的距離稱為夏至後度。故冬至前後度屬於赤道外度；夏至前後度屬於赤道內度。

因為是在中午時分觀測太陽，所以就必須知道當日之午中積度。古曆以冬至為一年之始，一年分為二十四節氣，每節氣中的任何一日到該節氣起點的距離叫做入氣日及餘，每節氣中任何一日中午到該節氣起點的距離叫做「午中入氣日及餘」（術文（一））。因為冬至日太陽位於黃道極南點，歷二十四節氣又重新回到原點為一回歸年。故從冬至點到每一節氣各有其積度（中積日及餘），到各節氣任何一日中午亦各有其積度，即所謂的午中中積（術文（二）），如午中中積加上該日中午太陽升降分（冬至到該日午中盈縮分的累積值）除以日法則稱為每日「午中中積及分秒」，亦即術文中所謂的午中日行積度及分（術文（三））。據此每日午中日行積度及分，可推算每日午中黃赤道內外度及分（太陽視赤緯）。

設  $n$  為午中日行積度及分

$m_1$  為冬至前後度

$m_2$  為夏至前後度

為黃道去赤道內外度及分

再列術文（四）於左，公式說明於右：

置所求日午中日行積度及分 ( $n$ ), 如不滿二至限 (182.62), 在象限 (91.31)	
已下為冬至後度 ( $m_1$ ),	當 $n < 91.31$ 時為冬至後度。
象限已上, 用減二至限, 為夏至前度 ( $m_2$ )。	
	當 $182.62 < n < 91.31$ 時為夏至前度, 此時 $n$ 取 $182.62 - n$ 值。
如滿二至限去之, 餘在象限已下為夏至後度 ( $m_2$ );	
	當 $273.93 < n < 182.62$ 時為夏至後度, 此時 $n$ 取 $n - 182.62$ 值。
象限已上, 用減二至限, 為冬至前度	
	當 $365.24 > n > 273.93$ 時為冬至前度, 此時 $n$ 取 $365.24 - (n - 182.62)$ 值。
並置之於上,	即置 $n$ 於上
列象限於下,	
以上減下,	即 $91.31 - n$
餘以乘上,	即 $(91.31 - n) \times n$
冬至前後五百一十七而一, 夏至前後四百而一為度, 不滿, 退除為分, 以加二至前後度 (即午中日行積度及分), 所得, 用減象限,	$m_1 = 91.31 - \left[ \frac{(91.31 - n) \times n}{517} + n \right]$ $m_2 = 91.31 - \left[ \frac{(91.31 - n) \times n}{400} + n \right]$
餘置於上,	即置 $m_1$ 或 $m_2$ 於上

列二至限於下，	
以上減下，	即 $182.62 - m_1$ 或 $182.62 - m_2$
餘以乘上，	即 $(182.62 - m_1) \times m_1$ 或 $(182.62 - m_2) \times m_2$
其度分秒皆以百通，然後求之，	即 $(182.62 - m_1) \times m_1 \times 10^8$ 或 $(182.62 - m_2) \times m_2 \times 10^8$
退一位，	即 $(182.62 - m_1) \times m_1 \times 10^7$ 或 $(182.62 - m_2) \times m_2 \times 10^7$
如三十四萬八千八百五十六而一為秒，滿百為分，分滿百為度，即所求日黃道去赤道內外度及分( )。冬至前後為外(其值為負)，夏至前後為內(其值為正)	求冬至前後度公式： $- = \frac{(182.62 - m_1) \times m_1 \times 10^7}{348856 \times 10^4}$ 求夏至前後度公式： $= \frac{(182.62 - m_2) \times m_2 \times 10^7}{348856 \times 10^4}$

將  $m_1 = 91.31 - \left[ \frac{(91.31 - n) \times n}{517} + n \right]$  代入求冬至前後度公式：

$$\begin{aligned}
 - &= \frac{(182.62 - m_1) \times m_1 \times 10^7}{348856 \times 10^4}, \text{ 得} \\
 &= -23.90 + \frac{608.31^2 \times n^2 - 1216.62 \times n^3 + n^4}{517^2 \times 348.856} \quad (n = 91.31)
 \end{aligned}$$

故冬至前後度(赤道外度，其值為負)：由冬至太陽視赤緯(-23.90)逐日遞加，如上圖所示，或見文後「日出入辰刻演算一覽表」中黃道去赤道內外度及分值。

將  $m_2 = 91.31 - \left[ \frac{(91.31 - n) \times n}{400} + n \right]$  代入求夏至前後度公式：

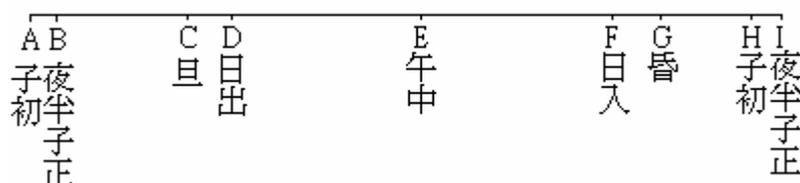
$$\begin{aligned}
 &= \frac{(182.62 - m_2) \times m_2 \times 10^7}{348856 \times 10^4}, \text{ 得} \\
 &= 23.90 - \frac{491.31^2 \times n^2 - 982.62 \times n^3 + n^4}{400^2 \times 348.856} \quad (n = 91.31)
 \end{aligned}$$

故夏至前後度(赤道內度，其值為正)：由夏至太陽視赤緯(23.90)逐日遞減，亦如上圖所示，或見下「日出入辰刻演算一覽表」中黃道去赤道內外度及分值。

以全年每日中積日及餘，根據《統元曆盈縮朏朧立成》之二十四節氣每日升降差及盈縮分，<sup>9</sup>先求每日午中日行積度及分（算法見術文一、二、三），視其在象限之上或下，取值求其二至前後度值。再將每日午中日行積度及分與二至前後度值，代入上述公式計算，即得統元曆全年每日黃道去赤道內外度及分值（見文後「日出入辰刻演算一覽表」）。

### 三、統元曆日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻考

統元曆全年每日黃道去赤道內外度既已求出，日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻即據此值推算而得。古以夜半為一日之始，從夜半到日出、日沒的刻距為日出分、日入分；從夜半到晨、昏的刻距為晨分、昏分。《宋書 天文志》曰：「天之晝夜以日出沒為分，人之晝夜以昏明為限。」<sup>10</sup>由於晨昏矇影的關係，日出前一段天已亮，日沒後過一會天才黑，故古曆一般規定日出前 2.5 刻為晝漏的起點，日沒後 2.5 刻為夜漏的起點（如圖）。



換句話說，由旦至昏為晝漏，由昏至次日旦為夜漏；由夜半至旦值為晨分（ $\overline{BC}$ ），由夜半至昏值為昏分（ $\overline{BG}$ ）。故據日出入分所推算出的日出日沒辰刻之間距屬於天之晝夜（ $\overline{DF}$ ），由晨昏分所推算出的昏旦辰刻之間距屬於人之晝夜（ $\overline{CG}$ ）。因為太陽的高度可以決定日出的早晚，故藉著黃道去赤道內外度及分（即

<sup>9</sup> 見拙著 宋統元曆盈縮朏朧立成考，《成大中文學報》第七期，93-95 頁，

太陽視赤緯)可推算日出分( $\overline{BD}$ 值);藉著日出分可推算日入分( $\overline{BF}$ 值)、晨昏分( $\overline{BC}$ ,  $\overline{BG}$ 值)、半晝分( $\overline{DF}$ 或 $\overline{FG}$ 值)、晝夜刻( $\overline{DF}$ , F到次日D)、日出入辰刻( $\overline{BD}$ ,  $\overline{BF}$ ),茲就相關法數、步術列述如後:

法數:

刻法:六百九十三(日法 $6930 \div 100 \times 10 = 693$ )。

辰法:五百七十七半(日法 $6930 \div 12 = 577.5$ ),計八刻二百三十一分

(即 $8\frac{231}{693} = 8\frac{1}{3}$ 刻)。

昏明刻(即上圖 $\overline{CD}$ 或 $\overline{GH}$ ):二、餘<sup>11</sup>三百四十六半(昏明刻各為二刻半,

即 $2\frac{346.5}{693} = 2.5$ 刻)。

昏明餘數(即昏明分):一百七十三少( $346.5 \div 2 = 173.25$ )。

步術:

(一)求每日日出入分、晨昏分、半晝分:置所求日黃道去赤道內外度及分( ),以三千四百六十五乘之,<sup>12</sup>進一位,如二百三十九而一,所得以加減一千七百三十二半(日法 $6930 \div 4 = 1732.5$ ),赤道內以減,赤道外以加。為所求日出分;用減日法,為日入分。以昏明分減日出分,為晨分;加日入分,為昏分;以日出分減半法,為半晝分。

立求每日日出入分、晨昏分、半晝分算式於下:

$$\text{日出分} = 1732.5 \pm \frac{3465 \times \delta}{239} \quad (\text{赤道內以減,赤道外以加})$$

<sup>10</sup> 見《百衲本二十四史》《宋書》，頁 409。

<sup>11</sup> 統元曆脫「二、餘」二字，此據統天、紀元二曆補。

<sup>12</sup> 三千四百六十五乃根據冬至太陽視赤緯 23.9 及夜刻 60 調得。據統元曆求黃道去赤道內外度分( )法(引文見上),及求夜刻法:「置日出分,倍之,進一位,滿刻法 693 為刻,不滿為分,即所求日夜刻(L)。」可立公式: $L = \frac{20}{693} \times (173.25 \times 10 \pm \frac{x}{239} \times \quad)$ ,赤道內以減,赤道外以加。以冬至太陽視赤緯 23.9 及夜刻 60 代入,即 $60 = \frac{20}{693} \times (173.25 \times 10 - \frac{x}{239} \times \quad)$ 得 $x = 3465$ 。按 173.25 為昏明分。

$$\text{日入分} = 6930 - \text{日出分}$$

$$\text{晨分} = \text{日出分} - \text{昏明分}$$

$$\text{昏分} = \text{昏明分} + \text{日入分}$$

$$\text{半晝分} = \text{日出分} - \text{半法}$$

(二) 求每日晝夜刻日出入辰刻：置日出分，倍之，進一位，滿刻法為刻，不滿為分，即所求日夜刻；以減百刻，餘為晝刻；半夜刻，滿辰刻為辰數；命子正，算外，即日出辰刻；以半辰刻加之，即命起時初。以晝刻加之，滿辰刻為辰數；命日出，算外，即日入辰刻及分。

立求每日晝夜刻、日出入辰刻算式如下：

$$\text{夜刻} = \frac{\text{日出分} \times 20}{693}$$

$$\text{晝刻} = 100 - \text{夜刻}$$

$$\text{日出辰刻} = \frac{\text{夜刻}}{2 \times \text{辰刻}}$$

$$\text{日入辰刻} = \text{日出辰刻} + \frac{\text{晝刻}}{\text{辰刻}}$$

據法數依上所列算式計算，可得統元曆日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻值。以夜刻值，算外，即夜刻；百刻減之，餘為晝刻；以日出入辰刻值，命子初，算外，小數部份，查閱下辰刻對照表，即得每日日出入辰刻。

$$1 \text{ 辰} = 8\frac{1}{3} \text{ 刻}$$

$$\text{則 } 1 \text{ 刻} = 1 \div 8\frac{1}{3} = 0.12 \text{ 辰}$$

$$\text{刻分} = 0.12 \div 6 = 0.02 \text{ 辰}$$

辰刻對照表

1 辰 = 8 $\frac{1}{3}$ 刻	
0 0.12 辰：初初刻	0.62 辰：正初刻
0.24 辰：初一刻	0.74 辰：正一刻

0.36 辰：初二刻	0.86 辰：正二刻
0.48 辰：初三刻	0.98 辰：正三刻
0.5 辰：初四刻	1 辰：正四刻

#### 四、結論

統元曆黃道去赤道內外度及分、日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻等值，據上述公式運算，如文後「日出入辰刻演算一覽表」所列。網底部分即《統元曆日出入辰刻立成》一書內容。蓋舉日出入辰刻以統之，故名。一如北京圖書館所藏明鈔本《大統日出分》列有晨分、日出分、半晝分、日入分、昏分、軌（晷）刻然。<sup>13</sup>據日出入分可求晨昏分、半晝分、每日晝夜刻、日出入辰刻，而日出分又與判定弦望定日之退一日與否有關；據晨昏分可求月所在度、月食更點法、月食入更點，與月離及月食之推算有關；據半晝分可求氣差，與日食時刻之推算有關；據晝夜刻所求之每更點差刻、據日入辰刻所求之逐更點差刻，可供漏壺計時之參考；而晝夜刻、日出入辰刻則提供渾儀天常環（百刻環）讀數之校驗。故若有全年每日日出入分、晨昏分、半晝分、晝夜刻、日出入辰刻數據的表格，既可簡化繁複的計算過程，又極便於數值之檢索，這是《統元曆日出入辰刻立成》一書著作之緣由。因此，在計算工具不甚發達的古代，表格化的揭示，實有其必要。至若南宋具注曆中某些日期底下所注之晝夜刻、日出入辰刻，乃指漏刻改箭，<sup>14</sup>非當日確實之辰刻，與本文所推者迥異，盼勿混為同一。<sup>15</sup>

<sup>13</sup> 見王重民，《中國善本書提要》（台北：明文書局，1984），頁280。

<sup>14</sup> 「孔壺為漏，浮箭為刻」，漏指漏壺，是古代的計時器。刻指漏壺浮箭上所刻的線格，是一種時間劃分，也是日以下的時間單位。古代分一晝夜為百刻，由於晝夜的長短，隨季節的更迭而變化，而一支漏箭上刻度固定，不能伸縮。因此，一年當中，必須有多支不同刻數的箭，依季節晝夜的長短，在朝廷所規定的日期裡，更換箭身刻數不同的漏箭，這叫做漏刻改箭。這種法定漏刻及改箭日期，被注在南宋官頒曆書當中，指導全國遵用。

<sup>15</sup> 如《大宋寶祐四年丙辰歲會天萬年具注曆》、《大宋嘉定十一年戊寅歲開禧萬年具注曆》，詳見拙著《宋嘉定十一年具注曆曆譜考》，《成功大學學報 人文社會篇》第三十三卷，1998年，頁45-47。

## 參考書目

- 曆法通志 朱文鑫撰 上海 商務印書館 1934年
- 四部總錄天文編 丁福保、周雲青撰 上海 商務印書館 1956年
- 中算家的內插法研究 李儼撰 北京 科學出版社 1957年4月初版
- 中國天文曆法史料(1至5冊) 楊家駱主編 台北 鼎文書局 1976年
- 中算史論叢 李儼撰 台北 商務印書館 1977年
- 中國古代數學簡史 李儼撰 台北 九章出版社 1979年
- 中國天文學史(1至4冊) 陳遵媯撰 上海 人民出版社 1984年11月
- 宋元數學史論文集 錢寶琮等撰 北京 科學出版社 1985年
- 中國古代的計時科學 郭盛熾撰 北京 科學出版社 1988年8月初版
- 中國古代天文史略 劉金沂、趙澄秋撰 河北科學技術出版社 1990年4月
- 中國漏刻 華同旭撰 合肥 安徽科學技術出版社 1991年2月初版
- 中國古代數理天文學探析 曲安京、紀志剛、王榮彬撰 西安 西北大學出版社  
1994年10月
- 古曆新探 陳美東撰 瀋陽 遼寧教育出版社 1995年12月
- 中國天文學史 薄樹人編 台北 文津出版社 1996年5月
- 中國科學技術典籍通彙(天文卷) 薄樹人主編 河南教育出版社 1998年
- 中國曆法與數學 曲安京著 北京 科學出版社 2005年4月

附錄：宋統元曆日出入辰刻演算一覽表(網底部分為《統元曆日出入辰刻立成》文本)

































































































